

物理学の法則

1 運動量保存則

質量 m の物体の運動を考えます。地上に固定している点を O として原点とします。物体の位置を P とします。物体の位置ベクトルを $\vec{x} = \overrightarrow{OP}$ とします。三次元の場合には、 \vec{x} をデカルト座標（普通の直交座標）で成分で表し、 $\vec{x} = (x, y, z)$ とすると、速度ベクトルは

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right)$$

です。加速度ベクトルは

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt} \right) = \left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2} \right).$$

ニュートンの運動方程式は、

$$m\vec{a} = \vec{F}. \quad (1)$$

運動量ベクトル \vec{p} は、

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (2)$$

その時間微分は、

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \quad (3)$$

なので、運動方程式 (1) は、

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \quad (4)$$

となります。特に、外力が 0 なら、

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0. \quad (5)$$

つまり、 $\vec{p} = \text{一定}$ 。これが運動量保存則です。阪大の問題のように、考えている系が二つの物体からなる場合でも同じです。2つの物体の全運動量は、それらに外から働く力が 0 なら、保存されます。お互い同士の力は、

作用反作用で0になるので、2つの物体をまとめて考えた時には、常に0です。つまり、内力(の和)は、常に0。

また、阪大の問題のように、力のある方向の成分が0なら、その方向の運動量が保存されます。例えば、水平方向に力が働かなければ、水平方向の運動量が保存されます。